F. S. T de Tanger
Département de Physique

Année 2010 / 2011

Mécanique du Point : P112. Contrôle Continu n° 1

Exercice 1

Un point matériel M de masse m glisse *sans frottement* sur une piste inclinée d'un angle $\alpha = 30°$. Il part du point A (sans vitesse initiale) et parcourt une distance $L = 100\ m$ avant d'arriver en B.
À partir de là, il continue son trajet sur un plan horizontal qui soumet le point matériel à *une force de frottement* (coefficient de frottement $\mu = 0{,}3$) de telle sorte que le point matériel s'arrête en C.
Le référentiel terrestre est supposé galiléen; le champ de pesanteur vaut $g = 9{,}8\ m.s^{-2}$ (*fig.1*).

Pendant le trajet AB, on repère le point M à l'aide de la variable $x_1(t)$: $\overrightarrow{AM} = x_1(t)\,\vec{i}$

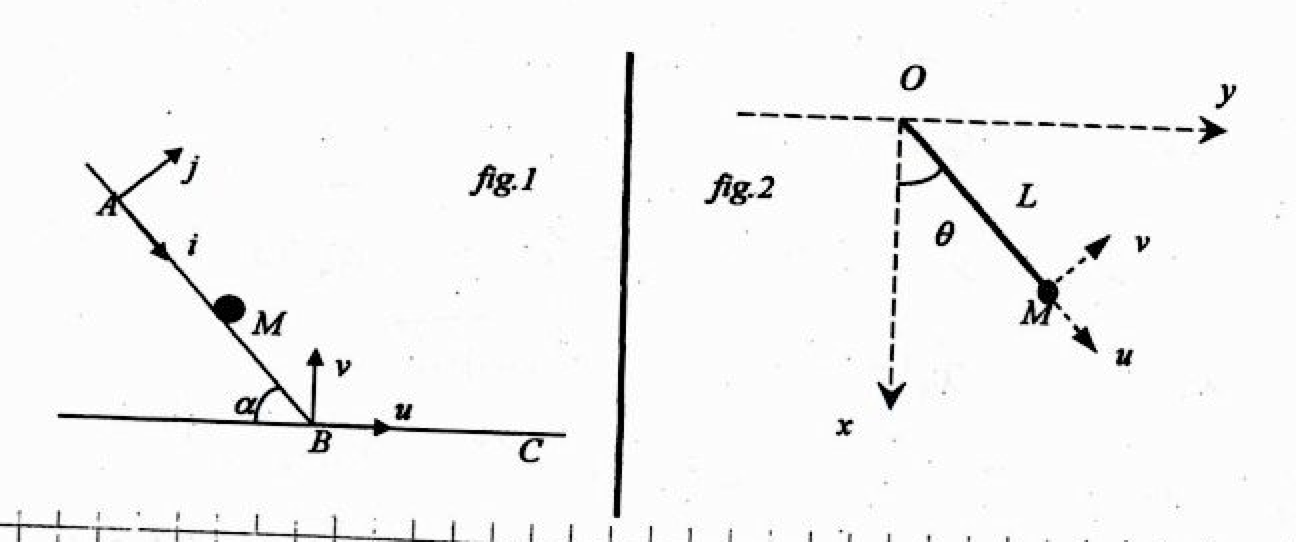
Pendant le trajet BC, on repère le point M à l'aide de la variable $x_2(t)$: $\overrightarrow{BM} = x_2(t)\,\vec{u}$

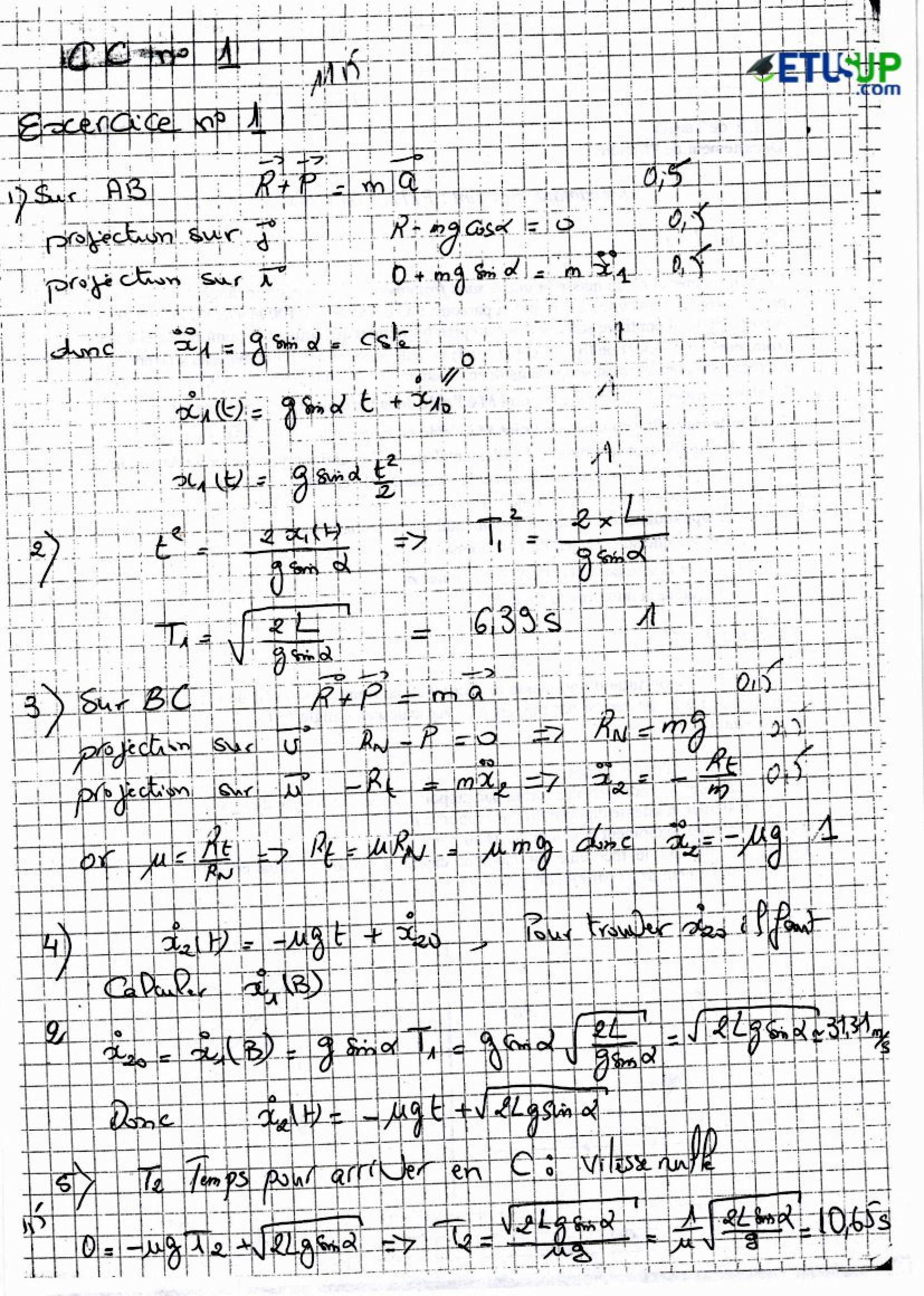
1) En appliquant le Principe Fondamental de la Dynamique pour le point M sur le trajet AB, montrez que $\ddot{x}_1 = g\sin\alpha$. Trouver la vitesse $\dot{x}_1(t)$ et l'abscisse $x_1(t)$.
2) En déduire la durée T_1 du trajet AB.
3) En appliquant le Principe Fondamental de la Dynamique pour le point M sur le trajet BC, montrez que son accélération est donnée par $\ddot{x}_2 = -\mu g$.
4) Trouver la vitesse $\dot{x}_2(t)$ de M sur le trajet BC.
5) En déduire la durée T_2 du trajet BC.

Exercice 2

Un pendule est constitué d'une masse m accrochée au point M à un fil de masse négligeable et de longueur L. Le fil est repéré par rapport à la verticale par l'angle θ. Le mouvement s'effectue sans frottement. (*fig.2*)

1) Faire le bilan des forces.
2) Calculer les moments des forces par rapport au point O origine du repère fixe $R(Oxyz)$.
3) Calculer la vitesse du point M par rapport à R.
4) Calculer le moment cinétique de M au point O.
5) En utilisant le théorème du moment cinétique, établir l'équation différentielle en θ, du mouvement de M par rapport à R.





CC n° 1

11,5

Exercice n° 1

1) Sur AB $\qquad \vec{R}+\vec{P} = m\vec{a}$ $\qquad$ 0,5

projection sur $\vec{j}$ $\qquad R - mg\cos\alpha = 0$ $\qquad$ 0,5

projection sur $\vec{i}$ $\qquad 0 + mg\sin\alpha = m\ddot{x}_1$ $\qquad$ 0,5

donc $\ddot{x}_1 = g\sin\alpha = cste$ $\qquad$ 1

$\dot{x}_1(t) = g\sin\alpha\, t + \dot{x}_{10}$ (0) $\qquad$ 1

$x_1(t) = g\sin\alpha \frac{t^2}{2}$ $\qquad$ 1

2) $t^2 = \frac{2x_1(t)}{g\sin\alpha} \Rightarrow T_1^2 = \frac{2\times L}{g\sin\alpha}$

$T_1 = \sqrt{\frac{2L}{g\sin\alpha}} = 6,39\,s$ $\qquad$ 1

3) Sur BC $\qquad \vec{R}+\vec{P} = m\vec{a}$ $\qquad$ 0,5

projection sur $\vec{v}$ $\qquad R_N - P = 0 \Rightarrow R_N = mg$ $\qquad$ 0,5

projection sur $\vec{u}$ $\qquad -R_t = m\ddot{x}_2 \Rightarrow \ddot{x}_2 = -\frac{R_t}{m}$ $\qquad$ 0,5

or $\mu = \frac{R_t}{R_N} \Rightarrow R_t = \mu R_N = \mu mg$ donc $\ddot{x}_2 = -\mu g$ $\qquad$ 1

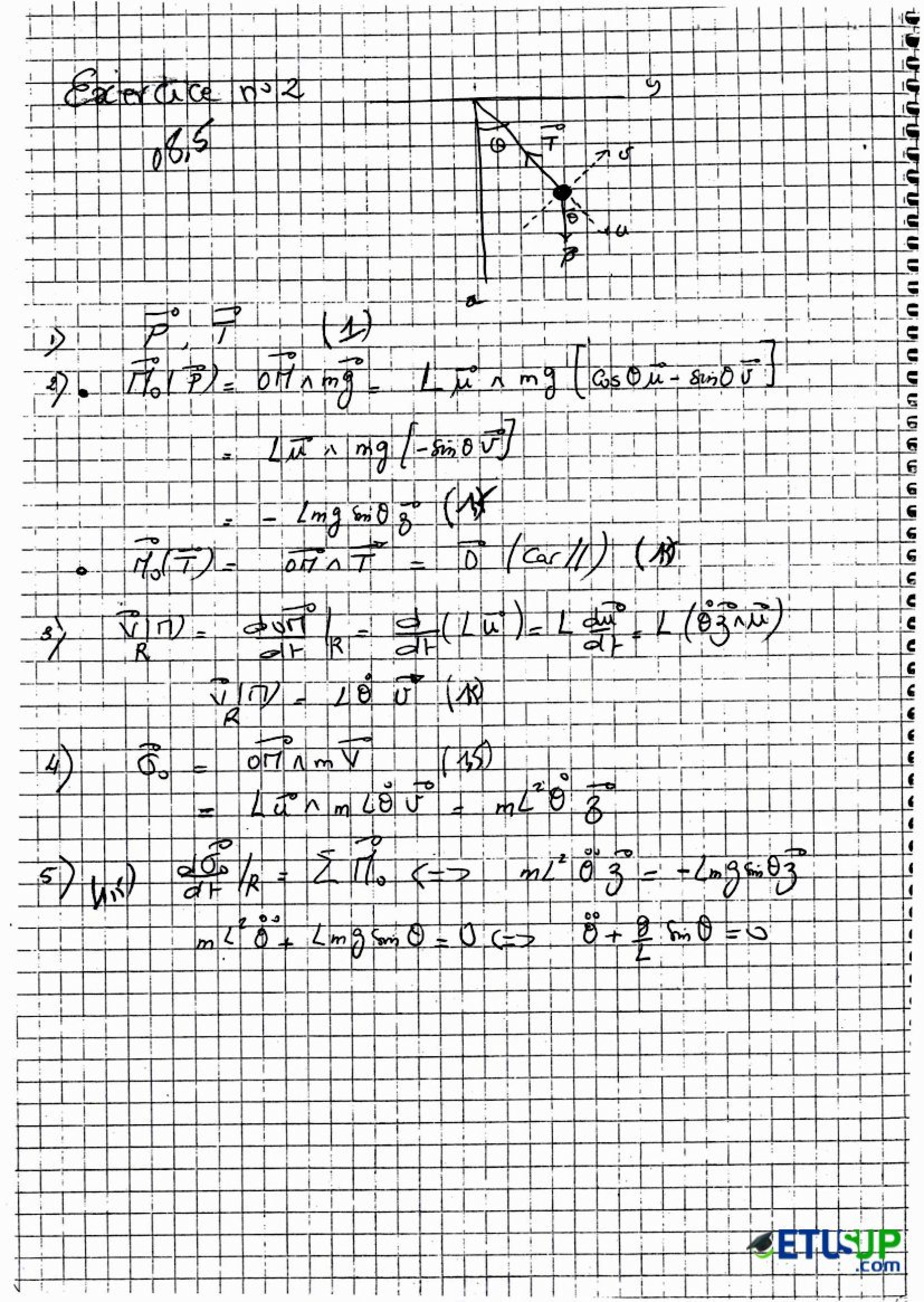
4) $\dot{x}_2(t) = -\mu g t + \dot{x}_{20}$ Pour trouver $\dot{x}_{20}$ il faut calculer $\dot{x}_1(B)$

2 $\qquad \dot{x}_{20} = \dot{x}_1(B) = g\sin\alpha\, T_1 = g\sin\alpha\sqrt{\frac{2L}{g\sin\alpha}} = \sqrt{2Lg\sin\alpha} = 31,31\,m/s$

Donc $\qquad \dot{x}_2(t) = -\mu g t + \sqrt{2Lg\sin\alpha}$

5) T_2 Temps pour arriver en C : vitesse nulle

1,5 $\qquad 0 = -\mu g T_2 + \sqrt{2Lg\sin\alpha} \Rightarrow T_2 = \frac{\sqrt{2Lg\sin\alpha}}{\mu g} = \frac{1}{\mu}\sqrt{\frac{2L\sin\alpha}{g}} = 10,65\,s$



Exercice n°2

0,5

1) $\vec{P}$, $\vec{T}$ (1)

2) • $\vec{M}_O(\vec{P}) = \vec{OM} \wedge m\vec{g} = L\vec{u} \wedge mg\left[\cos\theta\,\vec{u} - \sin\theta\,\vec{v}\right]$

$= L\vec{u} \wedge mg\left[-\sin\theta\,\vec{v}\right]$

$= -Lmg\sin\theta\,\vec{z}$ (1)

• $\vec{M}_O(\vec{T}) = \vec{OM} \wedge \vec{T} = \vec{0}$ (car //) (1)

3) $\vec{V}_R(M) = \left.\frac{d\vec{OM}}{dt}\right|_R = \frac{d}{dt}(L\vec{u}) = L\frac{d\vec{u}}{dt} = L(\dot{\theta}\vec{z} \wedge \vec{u})$

$\vec{V}_R(M) = L\dot{\theta}\,\vec{v}$ (1)

4) $\vec{\sigma}_O = \vec{OM} \wedge m\vec{V}$ (1,5)

$= L\vec{u} \wedge mL\dot{\theta}\,\vec{v} = mL^2\dot{\theta}\,\vec{z}$

5) (1,5) $\left.\frac{d\vec{\sigma}_O}{dt}\right|_R = \sum \vec{M}_O \iff mL^2\ddot{\theta}\,\vec{z} = -Lmg\sin\theta\,\vec{z}$

$mL^2\ddot{\theta} + Lmg\sin\theta = 0 \iff \ddot{\theta} + \frac{g}{L}\sin\theta = 0$